

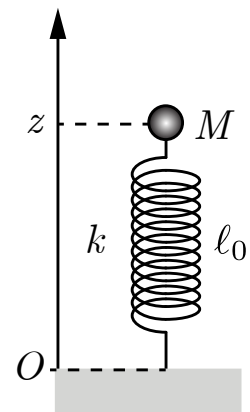
1 Suspension d'une voiture

🎯 Objectif : Modélisation d'un mouvement harmonique oscillatoire vertical.

📖 Théorie : 4.1 Oscillateur harmonique ; A.4.2 Oscillateur harmonique vertical.

On désire construire une voiture dont la suspension a une période d'oscillation à laquelle l'organisme est habitué, soit $T = 0.8$ s. On modélise la voiture et sa suspension par une masse $M = 1500$ kg supportée par un ressort unique de constante élastique k et de longueur au repos ℓ_0 .

- Déterminer la valeur de la constante élastique k du ressort.
- Calculer l'abaissement Δz de la voiture lorsqu'on y introduit une malle de masse $m = 70$ kg.
- Expliquer pourquoi un camion, qui doit transporter des charges très lourdes, ne peut pas être confortable à vide.



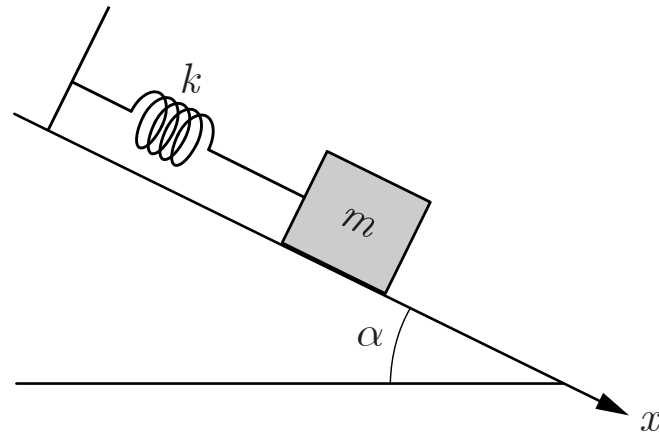
2 Oscillateur sur plan incliné

🎯 Objectif : Modélisation d'un mouvement harmonique oscillatoire oblique.

📖 Théorie : 4.1 Oscillateur harmonique ; A.4.2 Oscillateur harmonique vertical.

Un point matériel de masse m , est astreint à se déplacer sur une droite inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. Il n'y a pas de frottement. Le point matériel est retenu par un ressort de longueur au repos ℓ_0 et de constante élastique k .

- Etablir le bilan des forces.
- Déterminer la position d'équilibre x_0 .
- Déterminer l'équation horaire mouvement horizontal $x(t)$, compte tenu des conditions initiales sur la position $x(0) = 2\ell_0 + \frac{g}{\omega^2} \sin \alpha$ et sur la vitesse $\dot{x}(0) = 0$, et l'écrire en termes de la pulsation ω .

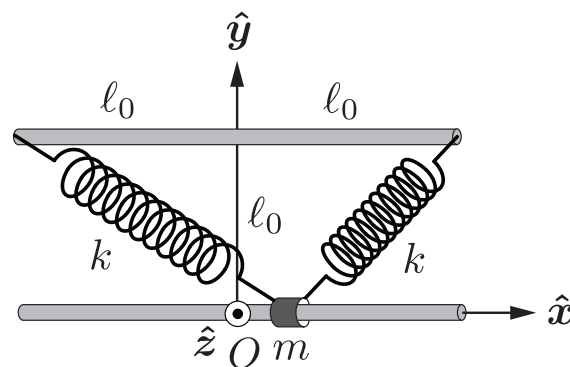


3 Système de ressorts

🕒 **Objectif** : Modélisation d'un système de deux oscillateurs harmoniques.

📖 **Théorie** : 4.1 Oscillateur harmonique ; A.4.3 Oscillateur à double ressort.

Un point matériel de masse m est astreint à se déplacer le long d'une barre horizontale de longueur $2\ell_0$ disposée le long de l'axe Ox . Deux ressorts identiques de constante élastique k et de longueur à vide $\sqrt{2}\ell_0$ sont attachés au point matériel. Les deux autres extrémités des ressorts sont fixées sur une barre horizontale parallèle à la première située à une distance ℓ_0 de celle-ci dans le plan horizontal Oxy . Leurs vecteurs positions sont $\mathbf{r}_1 = \ell_0 \hat{\mathbf{x}} + \ell_0 \hat{\mathbf{y}}$ et $\mathbf{r}_2 = -\ell_0 \hat{\mathbf{x}} + \ell_0 \hat{\mathbf{y}}$. La force de réaction normale de la barre sur le point matériel est $\mathbf{N} = N_y \hat{\mathbf{y}} + N_z \hat{\mathbf{z}}$.



- (a) Dans la limite des petites oscillations, c'est-à-dire $x \ll \ell_0$, exprimer les forces élastiques exercées par les ressorts de droite et de gauche respectivement,

$$\mathbf{F}_{e,1} = -k d_1 \hat{\mathbf{d}}_1 \quad \text{et} \quad \mathbf{F}_{e,2} = -k d_2 \hat{\mathbf{d}}_2$$

en termes de la coordonnée d'abscisses x et des vecteurs unitaires $\hat{\mathbf{x}}$ et $\hat{\mathbf{y}}$ à l'aide d'un développement limité au 1^{er} ordre en $\frac{x}{\ell_0}$. Les vecteurs unitaires

$\hat{\mathbf{d}}_1$ et $\hat{\mathbf{d}}_2$ sont orientés le long des ressorts vers le bas.

- (b) Déterminer l'équation du mouvement du point matériel dans la limite des petites oscillations.
- (c) Déterminer la position d'équilibre \mathbf{r}_0 et la pulsation ω du mouvement oscillatoire dans la limite des petites oscillations.
- (d) Dans la limite des petites oscillations, déterminer l'équation horaire du mouvement du point matériel, compte tenu des conditions initiales sur la position $x(0) = 0$ et sur la vitesse $\dot{x}(0) = \ell_0 \omega$, et l'écrire en termes de la pulsation ω .

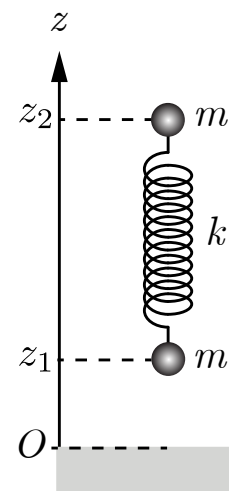
4 Boules attachées par un ressort vertical

🕒 **Objectif** : Système de deux points matériels liés par une force élastique.

📖 **Théorie** : 4.1 Oscillateur harmonique ; 3.2 Balistique sans frottement.

★ **Examen** : Inspiré par un problème d'examen.

Deux boules, considérées comme des points matériels identiques de masse m , sont attachées par un ressort de constante élastique k et de longueur au repos ℓ_0 . Les boules sont lâchées sans vitesse initiale l'une en dessus de l'autre. L'origine O est choisie au sol selon l'axe vertical Oz le long duquel se déplacent des deux boules. La coordonnée verticale de la boule inférieure est $z_1(t)$ et la coordonnée verticale de la boule supérieure est $z_2(t)$. La condition initiale sur la position est $z_2(0) = z_1(0) + 2\ell_0$.



- (a) Déterminer les équations du mouvement de chaque boule.
- (b) Déterminer l'équation horaire du centre de masse du système définie comme,

$$Z_G(t) = \frac{1}{2} (z_1(t) + z_2(t)).$$

- (c) Déterminer l'équation horaire de la déformation du ressort définie comme,

$$y(t) = z_2(t) - z_1(t) - \ell_0.$$

- (d) En déduire les équations horaires des deux boules $z_1(t)$ et $z_2(t)$.